

*Les seuls objets autorisés sont:*

- une feuille A4 manuscrite recto-verso
- stylos, etc.

*Les réponses finales à chaque question doivent être reportées sur l'énoncé dans les cases prévues à cet effet. La justification détaillée et propre est à rendre sur le papier quadrillé fourni.*

**Un feuillet quadrillé par exercice**

**Inscrivez votre nom sur chacun des feuillets! Et numérotez-les i/n**

*L'examen comporte 3 exercices, numérotés de 1 à 3*

*Le nombre de points maximum pour cet examen est de 39 points + 2 "points bonus".*

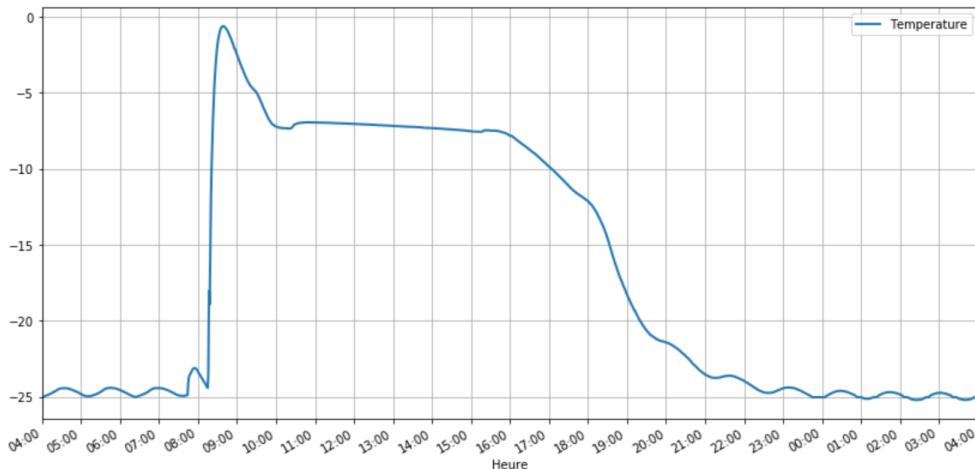
**Ne pas ouvrir avant le début de l'épreuve**



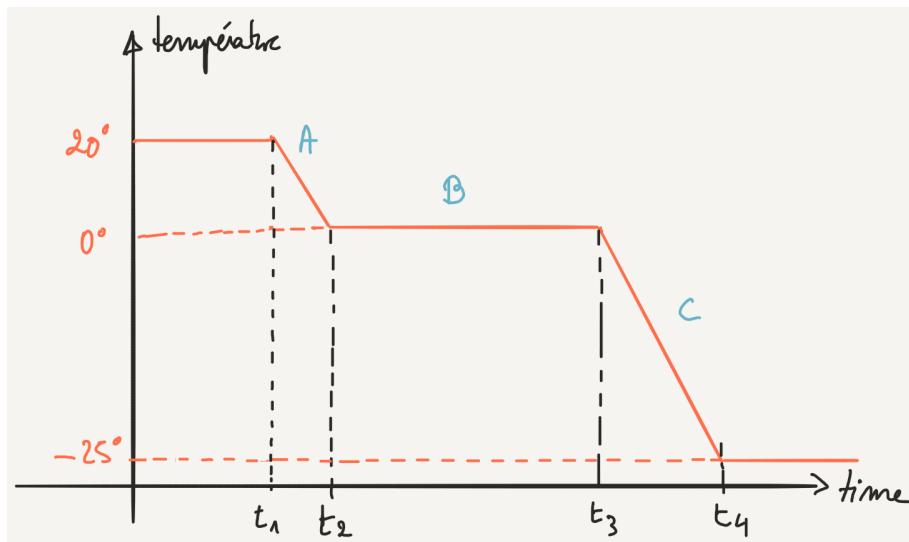
Nom : ..... Prénom : ..... Section : ..... No : .....

### Exercice 1. Congélation d'une soupe (13 points)

On assimilera la soupe à  $m = 500$  g d'eau. Initialement, elle est à  $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ . On la place dans une boîte plate de  $h = 5$  cm d'épaisseur, puis on la met au congélateur qui était à  $\theta_2 = -25^\circ\text{C}$ . On appelle  $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$  et  $T_0 = 273$  K. Un thermomètre, placé en contact avec la boîte enregistre la température en fonction du temps. On obtient la courbe suivante:



On supposera que la température de la soupe est homogène et suit la courbe suivante:



On suppose les étapes de refroidissement de l'eau puis de congélation et enfin de refroidissement de la glace formée bien distinctes et successives.

On prendra:  $c_e = 4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  chaleur spécifique de l'eau;  $c_g = 2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  chaleur spécifique de la glace;  $L_f = 330 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  chaleur latente massique de fusion.

- ① 1. Indiquez à quelle étape de transformation de l'eau correspondent les parties A, B et C de la courbe, justifiez:

✓ A : refroidissement de l'eau de 25°C à 0°C  
 ✓ B : congélation de l'eau, jusqu'à 0°C  
 ✓ C : refroidissement de la glace

- 0,5 2. Quelle(s) raison(s) pourraient expliquer la différence entre les deux courbes?

Voir Expérience

- 1,5 3. Calculez pour chaque étape la chaleur soutirée à l'eau en fonction des données.

$$0,5 Q_A = m \cdot c_p \cdot (\theta_0 - \theta_t)$$

$$0,5 Q_B = m \cdot L_f$$

$$0,5 Q_C = m \cdot c_g \cdot (\theta_2 - \theta_0)$$

- 1 4. Application numérique: évaluez les ordres de grandeur de ces chaleurs:

$$\text{✓ } Q_A = -0,5 \times 4 \cdot 10^3 \times 20 = -40 \text{ kJ}$$

$$\text{✓ } Q_B = -0,5 \times 330 \cdot 10^3 = -165 \text{ kJ}$$

$$\text{✓ } Q_C = -0,5 \times 2 \cdot 10^3 \times 25 = -25 \text{ kJ}$$

5. On veut calculer le temps de formation de la glace pour le comparer à l'expérience. On suppose que les transferts thermiques se font exclusivement à travers les deux grandes faces de la boîte plate et que la température varie linéairement dans chacun des deux matériaux (glace et plastique de la boîte). La boîte est en plastique, d'épaisseur  $e_b$  et de conductivité thermique  $\lambda_b$ . La glace a une conductivité thermique  $\lambda_g$ . On supposera que la température à l'extérieur de la boîte est de  $T_{\text{ext}} = -25^\circ\text{C}$ . Les résultats seront donnés en fonction des  $\theta_i$ , des chaleurs massiques et latentes et de la masse volumique de la glace  $\rho$ , ainsi que des conductions thermiques. On supposera que température varie linéairement dans chacun des deux matériaux (glace et plastique de la boîte).

On rappelle l'expression de la résistance thermique d'une barre de section  $S$  et de longueur  $l$ ,

$$R_u = \frac{l}{S\lambda}$$

- 3 (a) On se place à un instant  $t$  et on suppose que la glace formée sur chaque face à une épaisseur  $e_g(t)$ . Calculer l'épaisseur qui se forme entre  $t$  et  $t + dt$

$$de_g = \frac{\theta_0 - \theta_2}{e_g / \lambda_g + e_b / \lambda_b} \times \frac{dt}{PLf}$$

- 2 (b) en déduire le temps  $t_s$  nécessaire pour geler toute l'eau

$$t_s = \frac{PLf}{\theta_0 - \theta_2} \left[ \frac{h^2}{8\lambda_g} + \frac{e_b h}{2\lambda_b} \right]$$

- 1,5) 6. Calculer l'entropie créé dans l'eau lors du processus complet (de  $t_1$  à  $t_4$ )

$$S_{\text{créé}} = m_C e \ln \frac{T_0}{\Theta_1} + m_C \frac{\Theta_1 - \Theta_0}{\Theta_2} + m_L f \left( \frac{1}{\Theta_2} - \frac{1}{T_0} \right) + m_g \ln \frac{\Theta_2}{T_0} + m_g \frac{\Theta_0 - \Theta_2}{\Theta_2}$$

- 1,5) 7. Quelle serait l'efficacité du congélateur en fonction des températures données s'il fonctionnait selon un cycle réversible ?

$$1 \quad \eta_{\text{frigo,rev}} = \frac{T_1}{T_c - T_f} = \frac{\Theta_2}{\Theta_1 - \Theta_2}$$

Application Numérique

$$0,5 \quad \eta_{\text{frigo,rev}} = \frac{273 - 25}{20 - (-25)} \approx \frac{250}{50} \approx 5$$

- 0,5) 8. En réalité  $\eta_{\text{frigo}} = 2$ . Calculez l'énergie électrique consommée par le processus complet de congélation en fonction des  $Q_{A,B,C}$  et de  $\eta_{\text{frigo}}$ .

$$E = \frac{Q_A + Q_B + Q_C}{\eta}$$

- 0,5) 9. Calculez la chaleur libérée dans la cuisine

$$Q_{\text{cuis}} = (Q_A + Q_B + Q_C) \left( 1 + \frac{1}{\eta} \right)$$

Q2

## - Points intriguants

Le bâton \* devient  $T = -25^\circ\text{C}$ , c'est parce que la  
bâton est déjà en congélation (pas très intéressant)

\* les petites oscillations sont dues à la  
réglulation de la température du congélateur

\* il y a un polaire alors que l'on ne voit  
que du si un polaire mais pour l'eau liquide, pas  
la冰 de la bâton

\* le polaire n'est pas à  $0^\circ\text{C}$  mais à  $-6^\circ\text{C}$

## - réponses possibles

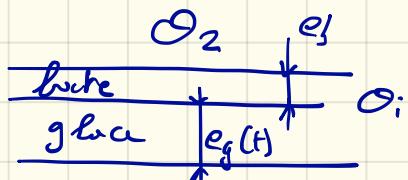
\* le thermomètre per se présente comme une  
cuisse isolante entre les points de congélation et  
 $-25^\circ\text{C}$  d. la bâton

\* Tant que la congélation opère il y a un  
flux de chaleur entre la bâton et le congélateur, donc  
 $T_{ther} \neq T_{vap}$  et  $T_{th} \neq T_{cong}$

\* c'est un problème relatif à la température  
de contact entre les points de congélation à  $-25^\circ\text{C}$ ,  
l'eau dans le congélateur, le thermomètre, la  
bâton, la glace et l'eau à  $0^\circ\text{C}$

Il y a une forte diminution du plateau qui correspond avec les réponses précédentes car la couche de glace augmente et la résistance thermique entre l'ion liquide à 0°C et la halle augmente

Q5a



au liquide  $\theta_1$

Soit  $A$  la surface de la halle dépassant la

$In$  le flux thermique si les températures varient linéairement (meilleure approximation que le problème du lac de Jura)

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 - \theta_0 &= \frac{q\bar{l}_b}{A \Delta t_b} In \\ \theta_2 - \theta_1 &= \frac{q\bar{g}(H)}{A \Delta t_g} In \end{aligned} \right\} \Rightarrow \theta_2 - \theta_0 = \left( \frac{q\bar{l}_b}{A \Delta t_b} + \frac{q\bar{g}(H)}{A \Delta t_g} \right) In$$

donc si la quantité de chaleur échangée est  $In dt$  qui permet de faire geler  $\rho L_f A \Delta g$  eau à 0°C

$$\text{soit } -\rho L_f A \Delta g(t) = \frac{\theta_2 - \theta_0}{\frac{q\bar{l}_b}{A \Delta t_b} + \frac{q\bar{g}(H)}{A \Delta t_g}} dt$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta g(t) = \frac{\theta_0 - \theta_2}{\rho L_f} \times \frac{dt}{\frac{q\bar{l}_b}{A \Delta t_b} + \frac{q\bar{g}(H)}{A \Delta t_g}}}$$

Q5b

$$\deg(t) = \frac{\theta_0 - \theta_2}{PLf} \times \frac{dt}{\frac{e_L}{Lg} + \frac{e_g(H)}{Lg}}$$

$\Rightarrow$

$$\left( \frac{e_L}{Lg} + \frac{e_g}{Lg} \right) \deg = \frac{\theta_0 - \theta_2}{PLf} dt$$

on intègre de 0 à  $\frac{h}{2}$  (la huppe gèle par les deux faces)

$$\Rightarrow \frac{e_L}{Lg} \frac{h}{2} + \underbrace{\frac{1}{Lg} \left[ \frac{1}{2} e_g^2 \right]_0^{h/2}}_{= \frac{1}{8} h^2} = \frac{\theta_0 - \theta_2}{PLf} t_s$$

$$\Rightarrow t_s = \frac{PLf}{\theta_0 - \theta_2} \left( \frac{e_L h}{2 Lg} + \frac{h^2}{8 Lg} \right)$$

Q6

Entropie créée lors du refroidissement de l'eau  
(quasiment une question de cours)

$\Delta S$  sans chaleur reversible

$$\Delta S = \int_{\theta_1}^{\theta_0} \frac{m c_e dT}{T} = m c_e \ln \frac{\theta_0}{\theta_1}$$

entropie échangée durant le processus

$$S_{ch} = \frac{m c_e (\theta_0 - \theta_1)}{\theta_2}$$

et donc  $S_{\text{aire}} = \Delta S - S_{\text{ch}}$

$$S_{\text{aire}}^A = m c_e \ln \frac{\Theta_0}{\Theta_i} - m c_e \frac{\Theta_0 - \Theta_i}{\Theta_2}$$

idem pour le refroidissement de la glace devant C

$$S_{\text{aire}}^C = m c_g \ln \frac{\Theta_2}{\Theta_0} - m c_g \frac{\Theta_2 - \Theta_0}{\Theta_2}$$

davant la congélation (B)

$$\Delta S = -\frac{m L_f}{\Theta_0} \quad \text{et} \quad S_{\text{ch}} = -\frac{m L_f}{\Theta_2}$$

$$S_{\text{aire}}^B = m L_f \left( \frac{1}{\Theta_2} - \frac{1}{\Theta_0} \right)$$

Q7

l'efficacité en mode frigo est  $\eta_{\text{frigo}} = \frac{Q_f}{W}$

$$W + Q_c + Q_f = 0$$

$$\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} = 0 \quad (\text{réversible})$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\eta_{\text{frigo}}} &= \frac{W}{Q_f} = -\frac{Q_c + Q_f}{Q_f} = -\frac{Q_c}{Q_f} - 1 \\ &= \frac{T_c}{T_f} - 1 \\ &= \frac{T_c - T_f}{T_f} \end{aligned}$$

$$\eta_{\text{frigo, rev}} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

Q8

$$\eta_r = -\frac{(Q_A + Q_B + Q_c)}{E}$$

$$\Rightarrow E = -\frac{(Q_A + Q_B + Q_c)}{\eta_r}$$

Q9

$$E + Q_c + Q_f = 0$$
$$= -Q_{\text{auxiliary}}$$
$$= -(Q_A + Q_B + Q_c)$$

$$\Rightarrow Q_c = Q_f + E = -(Q_A + Q_B + Q_c) \left(1 + \frac{1}{\eta}\right)$$

Nom : ..... Prénom : ..... Section : ..... No : .....

### Exercice 2 De la manière de stocker de l'essence (13 points+ 2 bonus)

Deux amis se proposent de faire un voyage dans des régions isolées où les températures et la pression extérieures peuvent varier sur de grandes amplitudes. Ils planifient de prendre un supplément d'essence dans des bidons et discutent de la meilleure manière de les remplir pour éviter les risques de fuite dus à une surpression dans les bidons lorsque la température ou la pression extérieure changent. L'un propose de "laisser le plus petit volume de gaz possible dans le bidon afin de limiter l'augmentation de la pression dans le gaz lorsque la température augmente", le second de "laisser un grand volume de gaz afin d'accompagner la dilatation de l'essence liquide avec la température". Essayons de trouver la meilleure méthode.

Données et notations du problème :

Volume du bidon,  $V$

Volume du gaz dans le bidon,  $v$

Volume massique de l'essence liquide  $v_L(T)$  et,  $v_{L0}$  à la température  $T_0 = 10^\circ\text{C}$

Masse molaire de l'essence,  $M$

Volume massique de l'essence gazeuse,  $v_g(T)$  et,  $v_{g0}$  à la température  $T_0 = 10^\circ\text{C}$ ; avec  $v_g \ll v_L$

Pression de vapeur saturante de l'essence  $p_s(T)$  et,  $p_{s0}$  à la température  $T_0 = 10^\circ\text{C}$

Volume d'essence initialement versée dans le bidon,  $V_e$

Volume d'essence sous forme liquide dans le bidon,  $V_L$

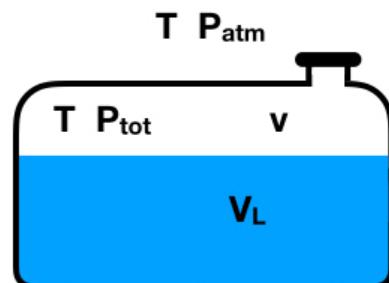
Chaleur latente massique de vaporisation de l'essence  $L$  et,  $L_0$  à la température  $T_0 = 10^\circ\text{C}$

Coefficient de dilatation volumique de l'essence liquide  $\alpha = \frac{1}{V_L} \frac{\partial V_L}{\partial T})_P = 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

**Dans tout le problème on considère que les phases gazeuses (air et vapeur d'essence) se comportent comme des gaz parfaits et que l'essence liquide est un fluide incompressible. On suppose aussi que l'on a toujours assez d'essence dans le bidon pour avoir la coexistence des deux phases liquides et gazeuses.**

Lors du remplissage du bidon on verse  $V_e < V$  essence liquide dans le bidon et le reste est rempli d'air à la température extérieure  $T_0$  et à la pression atmosphérique  $P_{\text{atm}} = 10^5 \text{ Pa}$ . On supposera que la quantité d'essence qui s'évapore est suffisamment faible pour pouvoir négliger la variation de la masse de l'essence sous forme liquide.

- 1,5 1. A l'équilibre, à la température initiale  $T_0$ , une fois le bidon refermé, quelles sont, dans le volume  $v$  :



La pression partielle de l'air dans le bidon

$\text{P}_{\text{air}} = \text{P}_{\text{atm}}$ .....

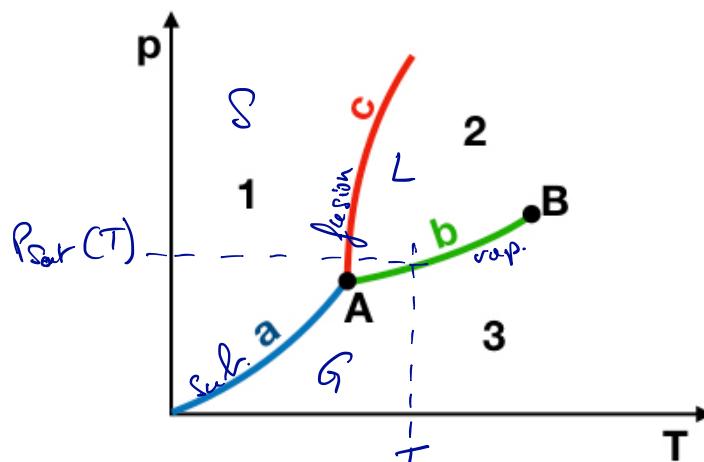
La pression partielle d'essence

$$0,5 \quad P_{\text{ess}} = p_s(T_0) = P_{s0}$$

La pression totale

$$0,5 \quad p_{\text{Tot}} = P_{s0} + P_{\text{atm}}$$

- ② 2. On s'intéresse maintenant à la variation de la pression de vapeur saturante  $p_s(T)$  de l'essence en fonction de la température,  $T$ . On assimilera l'essence à un corps pur unique. Le diagramme  $p - T$  du corps est représenté sur la figure ci-dessous.



- 0,4 • Comment se nomment les points A et B

A : point triple      B : point critique

- 0,6 • Indiquer les phases gazeuses, liquides et solides sur le dessin

- 0,6 • Indiquer sur le dessin où ont lieu les paliers de vaporisation, fusion et sublimation

- 0,4 • Pour une température donnée, comment lit on la pression de vapeur saturante du mélange liquide/gaz?

- ③ 3. exprimer  $v_g(T)$  en fonction  $p_s(T)$ ,  $T$ ,  $M$  et  $R$  la constante des GP.

$$1 \quad v_g(T) = \frac{RT}{P_s(T)}$$

On rappelle la relation de Clapeyron qui lie la pente de la courbe  $b$  à la température, aux volumes massiques des deux phases et la chaleur latente massique de changement d'état :

$$L_{l \rightarrow g} = T(v_g - v_l) \frac{dp_{g,l}}{dT}$$

En général la chaleur latente décroît linéairement avec la température avec une pente  $a$  :  $L(T) = L_0 - a(T - T_0)$ .

En déduire la pression de vapeur saturante à une température  $T$ , en fonction de  $L_0$ ,  $p_{s0}$ ,  $M$ ,  $a$  et  $R$ . Indication : on considérera  $v_g \ll v_l$ .

$$2 \quad \ln \left( \frac{p_s(T)}{p_s(T_0)} \right) = \frac{R(L_0 + aT_0)}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) - \frac{M a L_0}{R} \ln \frac{T}{T_0}$$

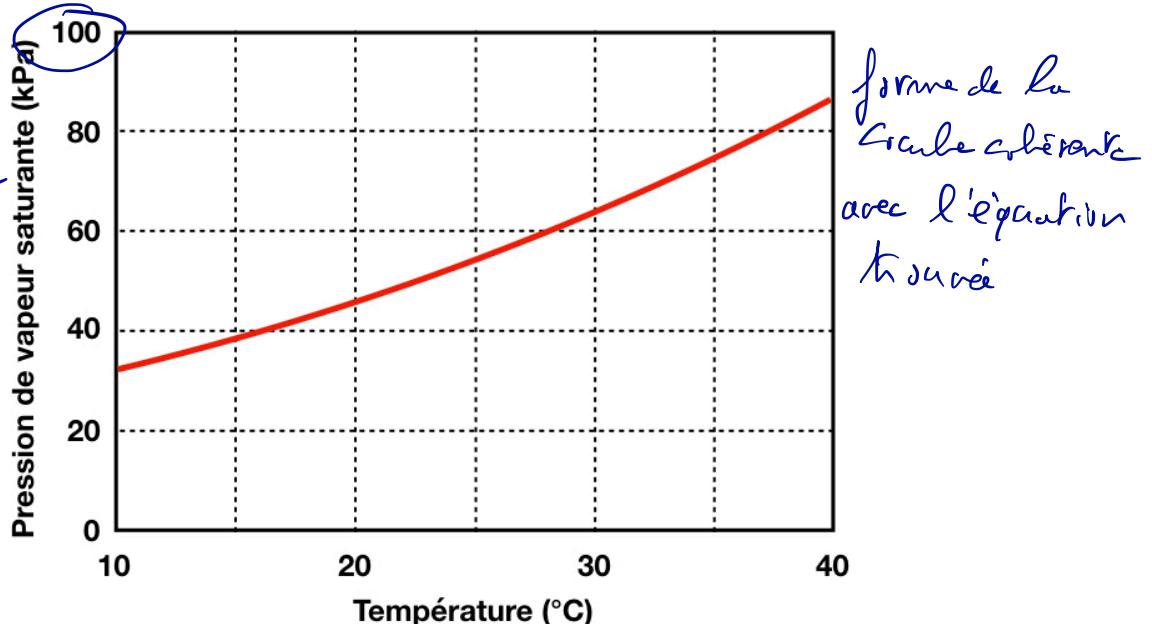
- ① 4. Pour la gamme de température considérée, on peut négliger la variation de  $L$  avec  $T$  ( $a \approx 0$ ), en déduire que  $p_s(T)$  peut se mettre sous la forme  $p_s(T) = p_s(T_0)e^{(B(1/T_0 - 1/T))}$ . Expliciter  $B$ .

$$B = \frac{ML_0}{R} \quad \text{qui est bien homogène à une température}$$

$L_0 \in [W]$      $R \in [W \cdot K]^{-1}$

- ② 5. Pour de l'essence automobile on trouve  $B = 3000 \text{ K}$  et la figure ci-dessous représente une courbe typique de  $p_s(T)$ , commentez.

$= 1 \text{ atm}$   
saturation  
très importante  
des 30-40°C



- ③ 6. Ecrire la pression totale,  $p_{Tot}(T)$ , dans le bidon en fonction de la température  $T$  et des données du problème.

$$p_{Tot}(T) = P_{atm} \frac{T}{T_0} \frac{V - V_e}{V - V_e(1 + \alpha(T - T_0))} + p_{s0} e^{\frac{BC}{T_0} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

- ④ 7. En déduire qu'il n'est pas judicieux de remplir le bidon à raz-bord.

- ⑤ 8. Quelle est la condition à satisfaire sur  $v$  pour que l'effet de dilatation de l'essence soit négligeable. Écrire la relation donnant la pression totale dans le bidon dans ce cas.

condition:  $v \gg 2V_e \Delta T$      $p_{Tot} = P_{atm} \frac{T}{T_0} + p_{s0} e^{CT}$

- ⑥ Bonus 1 : Quelle serait une troisième méthode qui permettrait de s'affranchir du terme lié à la pression atmosphérique,  $P_{atm}$ , initiale de l'air.

- ⑦ Bonus 2 : Le carburant utilisé dans l'aviation est soumis à des amplitudes de température et de pression plus grandes, les normes concernant ces carburants sont plus exigeantes que pour de l'essence automobile et sont telles que (justifier) :

$p_{s0}$  est

plus petit     plus grand    0,5

La température d'ébullition est

plus petite     plus grande    0,5

Q3.1

$n_g$ : nb de mole d'icht gazeux

$$P_{\text{sat}} V = n_g R T$$

$V_g = \frac{V}{n_g N_A}$  : volume massique

$$\Rightarrow P_{\text{sat}} \frac{V}{n_g N_A} = \frac{R T}{N_A} \Rightarrow$$

$$V_g = \frac{R T}{N_A P_{\text{sat}}(T)}$$

Q3.2

$$\frac{dP_{\text{sat}}}{dT} = \frac{L}{T(V_g - v_e)} \approx \frac{L}{T V_g} \quad (v_g \gg v_e)$$

$$\frac{dP_{\text{sat}}}{dT} = \frac{L_0 - \alpha(T-T_0)}{RT^2 / N_A P_{\text{sat}}(T)} = \frac{L_0 - \alpha(T-T_0)}{RT^2} \cdot N_A P_{\text{sat}}$$

$$\Rightarrow \frac{dP_{\text{sat}}}{P_{\text{sat}}} = N_A \frac{L_0 + \alpha T_0}{RT^2} dT - \frac{\alpha}{RT} dT$$

on  $\int$  entre  $T_0$  et  $T \Rightarrow$

$$\ln \frac{P_{\text{sat}}(T)}{P_{\text{sat}}(T_0)} = N_A \frac{L_0 + \alpha T_0}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) - \frac{\alpha}{R} \ln \frac{T}{T_0}$$

(NB: relation connue sous le nom de formule de Deypre')

Q4

$\alpha = 0$

$$\ln \frac{P_{\text{sat}}(T)}{P_{\text{sat}}(T_0)} = \frac{N_A L_0}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)$$

$$\Rightarrow P_{\text{sat}}(T) = P_{\text{sat}}(T_0) e^{\frac{N_A L_0}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

$$\beta = \frac{N_A L_0}{R}$$

(NB: connue sous le nom de formule de Raoult, sous la forme  $\ln(P_f) = A - \frac{\beta}{T}$ )

Q6

$$P_{\text{Tot}} = P_{\text{air}}(T) + P_{\text{sat}}(T)$$

Il reste à calculer  $P_{\text{air}}(T)$ : le volume  $v$  change au cours de la dilatation de l'enceinte:

$$v = V - V_e (1 + \alpha(T - T_0))$$

et la pression de l'air dans le volume  $v$  à la température  $T$  vaut (CP)

$$P_{\text{air}}(T) = \frac{nRT}{v}$$

à la température  $T_0$ :  $P_{\text{air}}(T_0) = P_{\text{atm}} = \frac{nRT_0}{V - V_e}$

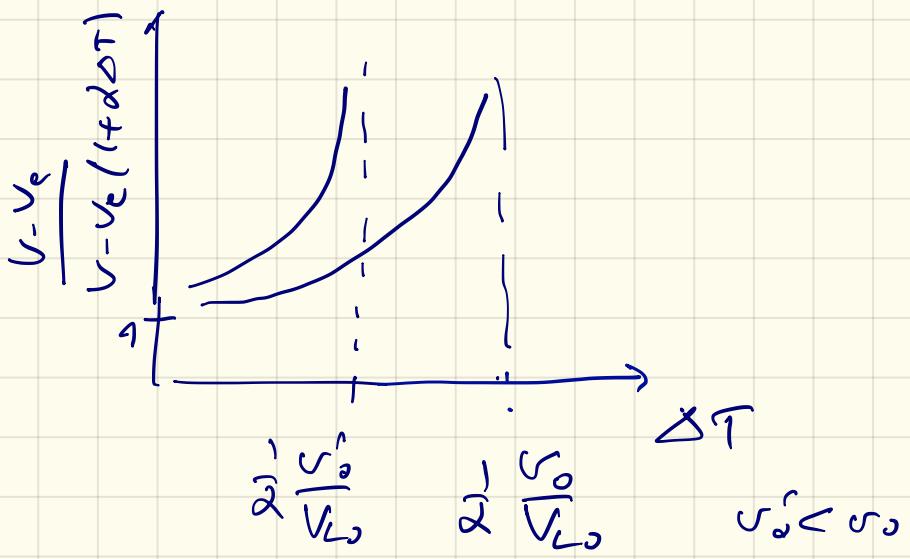
$$\Rightarrow P_{\text{air}}(T) = P_{\text{atm}} \frac{T}{T_0} \frac{V - V_e}{V - V_e (1 + \alpha(T - T_0))}$$

Q7

Le terme lié à la dilatation décrit ici la température d'autant plus faible que  $V - V_e$  est petit.

$$P \rightarrow \infty \text{ si } T = T_0 + \frac{1}{2} \frac{V - V_e}{V_e}$$

$R_g$  (non descendante) Ce n'est pas symétrique par le fait que le numérateur tend vers zéro mais pas 0



$$\begin{aligned}
 Q8 \quad \frac{V - V_e}{V - V_e (1 + \alpha \Delta T)} &= \frac{V - V_e}{V - V_e - V_e \alpha \Delta T} \\
 &= \frac{1}{1 - \underbrace{\frac{V_e \alpha \Delta T}{V - V_e}}_{\text{doit être } \ll 1}}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_e \alpha \Delta T \ll V - V_e \approx v = \text{const}}$$

la dilatation de  $V_e$  est négligeable devant  $v$

$$\boxed{P_{\text{Tot}} = P_{\text{paras}} \frac{T}{T_0} + P_{\text{sat}}(T)}$$

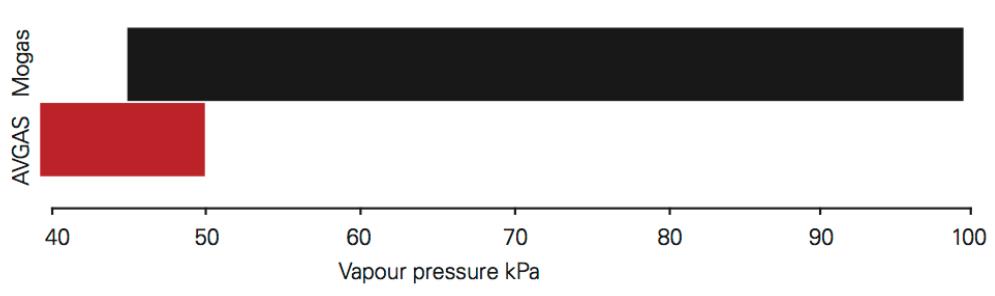
Bones 1 En pressant le gaz dans  $\sigma$ , peu ne plus avoir que des vapeurs d'essence

Bones 2 -  $P_S$  plus petit / on part de valeur de  $P_S$  plus élevée

    >  $T_d$  plus grand, t'admet la fait que  $B_d$  plus petit,  $P_S(T)$  croît moins vite

R4 Reid Vapour Pressure ( $P_{S4} @ 105^\circ F$ ) selon

les normes vont entre 40 et 70 kPa pour le l'AVGAS et entre 50 et 100 kPa pour le l'essence automobile



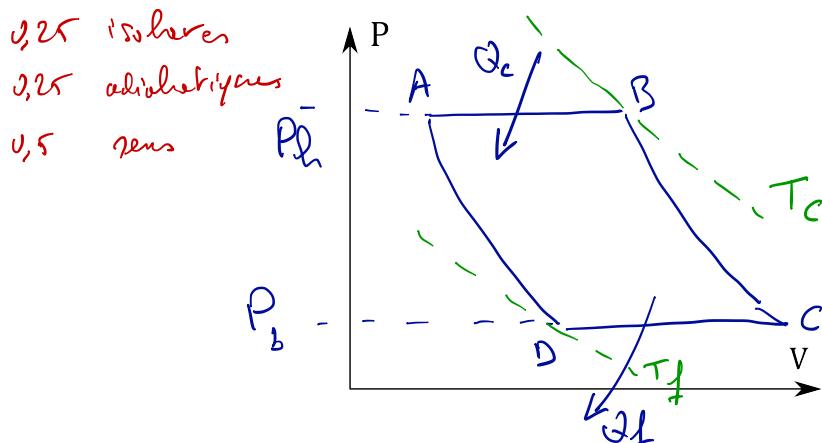
AVGAS has a much tighter vapour pressure specification than Mogas

### Exercice 3 machines thermiques (13 points)

Certaines installations de type centrales thermiques fonctionnent avec deux cycles moteurs en série. Nous allons étudier un cas de ce type. Nous considérerons des cycles moteur. Pour les calculs, on assimilera la vapeur d'eau à un gaz parfait.

Le premier système, composé de vapeur d'eau fonctionne selon un cycle  $\Sigma_1$ , cycle de Brayton moteur (deux adiabatiques et deux isobares). Le deuxième système, est composé d'un **mélange d'eau liquide et de vapeur d'eau** durant toutes les étapes du cycle  $\Sigma_2$  qui est un cycle de Stirling moteur (deux isothermes, deux isochores).

1. Schématiser le cycle décrit par  $\Sigma_1$  dans un diagramme ( $p, V$ ) en indiquant le sens de parcours. On appellera  $p_h$  et  $p_b$  les pressions hautes, respectivement, basse sur les isobares. On notera A, B, C, D, les points extrêmes du cycle en mettant les points A et B sur l'isobare à  $p_h$ .



2. Calculer le travail  $W$  et la chaleur  $Q$  échangées, ainsi que la variation d'énergie interne  $\Delta U$  et d'entropie  $\Delta S$  à chaque étape du cycle en fonction de  $T$ ,  $p$  et  $V$  aux points A,B,C,D ainsi que de  $C_p$  et  $C_v$  capacités calorifiques du gaz.

	AB	BC	CD	DA
1	$-nR(T_B - T_A)$	$C_v(T_c - T_B)$	$-nR(T_D - T_c)$	$C_v(T_A - T_D)$
1	$C_p(T_B - T_A)$	0	$C_p(T_D - T_c)$	0
0,5	$C_v(T_B - T_A)$	$C_v(T_c - T_B)$	$C_v(T_D - T_c)$	$C_v(T_A - T_D)$
0,5	$C_p \frac{T_B}{T_A}$	0	$C_p \frac{T_D}{T_c}$	0

3. Si on ne dispose que de deux thermostats aux températures  $T_c$  et  $T_f$  pour faire fonctionner le cycle, indiquez à quels points ils correspondent sur le diagramme ( $p,V$ ).

4. Calculer  $Q_c$ ,  $Q_f$  et l'efficacité en fonction de  $Q_{AB}$ ,  $Q_{BC}$ ,  $Q_{CD}$  et/ou  $Q_{DA}$ .

$$0,5 \quad Q_c = Q_{AB} \dots$$

$$Rq: \frac{T_B}{T_A} = \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{A}}$$

$$\text{et } \frac{T_D}{T_c} = \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{C}}$$

$$0,5 \quad Q_f = \dots Q_{c,0} \dots$$

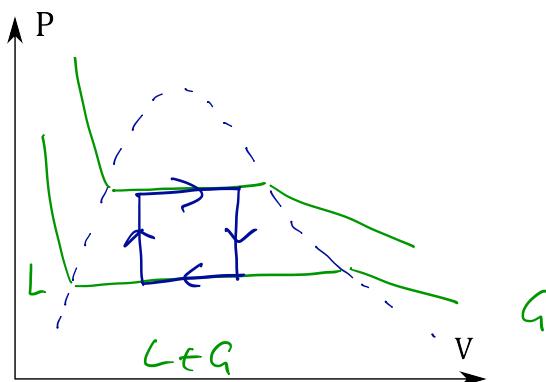
$$0,5 \quad \eta = \dots 1 + \frac{Q_{c,0}}{Q_{AB}} \dots$$

① 5. Le cycle est-il réversible ? Justifier.

Oui  Non

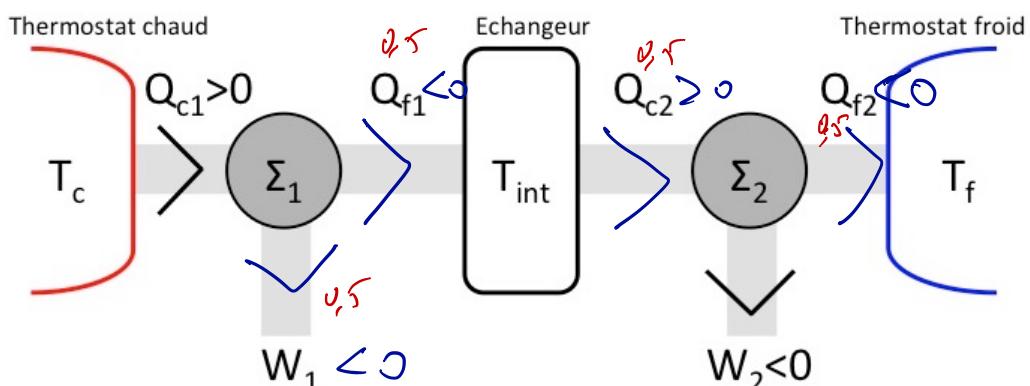
Voir Explication

① 6. Schématiser le cycle décrit par  $\Sigma_2$  dans un diagramme (p,V).



On suppose maintenant que les deux cycles sont mis en série, et on suppose aussi qu'ils sont tous les deux dithermes. On suppose que le système  $\Sigma_1$  échange  $Q_{c,1}$  avec le thermostat à  $T_{c,1}$  et  $Q_{f,1}$  avec un échangeur à  $T_{int}$  et que le système  $\Sigma_2$  échange  $Q_{c,2}$  avec l'échangeur et  $Q_{f,2}$  avec un thermostat à  $T_{f,2}$ . Les systèmes sont dimensionnés de telle sorte que  $|Q_{f,1}| = |Q_{c,2}| = Q_{int}$ .

② 7. Compléter le schéma suivant en indiquant le sens des échanges par des flèches (deux sont déjà indiquées) ainsi que le signe des  $W$  et  $Q$ . Remplacer  $Q_{f,1}$  et  $Q_{c,2}$  par  $Q_{int}$  précédé du bon signe (avec les conventions utilisées dans le cours).



① 8. Calculer l'efficacité de chacun des cycles en fonction de  $Q_{c,1}$ ,  $Q_{f,2}$  et  $Q_{int}$

$$0,5 \quad \eta_1 = 1 - \frac{Q_{int}}{Q_{c,1}} \dots$$

$$0,5 \quad \eta_2 = 1 + \frac{Q_{f,2}}{Q_{int}} \dots$$

- 0,5 9. Calculer l'efficacité combinée  $\eta_{\text{tot}}$  de l'installation en fonction de  $Q_{c,1}$ ,  $Q_{f,2}$  et  $Q_{\text{int}}$
- $$\eta_{\text{tot}} = \frac{Q_{c,1} + Q_{f,2}}{Q_{c,1}} = 1 + \frac{Q_{f,2}}{Q_{c,1}}$$
- 0,5 10. Exprimer l'efficacité combinée  $\eta_{\text{tot}}$  de l'installation en fonction des efficacités individuelles  $\eta_1$  et  $\eta_2$
- $$\eta_{\text{tot}} = 1 - (\eta_1)(\eta_2) = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1\eta_2$$
- 0,5 11. Supposons que le cycle de Brayton a une efficacité de 40%, et le Carnot cycle a une efficacité de 30%. Dans ce cas, quelle est l'efficacité combinée  $\eta_{\text{tot}}$ ?

$$\eta_{\text{tot}} = 0,58$$



$$\eta_{\text{tot}} = \frac{\eta_1 Q_{c,1} + \eta_2 Q_{\text{int}}}{Q_{c,1}}$$

est également correct

Q2 W pour les isothermes

$$\Delta W = -pdV \quad p = \text{const}$$

$$\begin{aligned} W_{AB} &= -P_h(V_B - V_A) \\ &= -nR(T_B - T_A) < 0 \end{aligned}$$

idem

$$W_{CD} = -nR(T_D - T_C) > 0$$

pour les adiabatiques

$$Q_{BC} = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= W_{BC} + Q_{BC} = W_{BC} \\ &= C_v(T_C - T_B) < 0 \end{aligned}$$

idem

$$W_{DA} = C_v(T_A - T_D) > 0$$

Q

adiabatique

$$Q = 0$$

isotherme, pour un GP  $dH = C_p dT$

et pour une isotherme  $dH = \underbrace{\Delta Q}_{=0} + VdP$

$$Q_{AB} = C_p(T_B - T_A) > 0$$

$$Q_{CD} = C_p(T_D - T_C) < 0$$

DU

pour un gaz parfait  $dU = C_v dT$

$$U_{XY} = C_v(T_Y - T_X)$$

$\Delta S$

pour les adiabatiques

$$\boxed{\Delta S = 0}$$

pour les isochores, on prend un  
chemin réversible qui va de  $T_A$  à  $T_B$  isobare

$$dS = \frac{dq_{rev}}{T} = \frac{C_p dT}{T}$$

$$\boxed{\Delta S_{AB} = \int_{T_A}^{T_B} \frac{C_p dT}{T} = C_p \ln \frac{T_B}{T_A}}$$

idem

$$\boxed{\Delta S_{CD} = C_p \ln \frac{T_D}{T_C}}$$

Rq: comme  $\Delta S_{cycle} = 0$  celle ci implique

$$\boxed{\frac{T_B}{T_A} = \frac{T_D}{T_C}}$$

Q3

$$T_C = T_B$$

$$T_f = T_D$$

Q4

$$W + Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA} = 0$$

$$-W = Q_{AB} + Q_{CD}$$

$$\eta = -\frac{W}{Q_C} = \frac{Q_{AB} + Q_{CD}}{Q_{AB}} = 1 + \frac{Q_{CD}}{Q_{AB}}$$

Q5 Ces isothermes ne sont pas réversibles si on ne dispose que de deux thermomètres à  $T_C$  et  $T_f$  - On le voit par exemple en remarquant que

$$\Delta S_{AB} \neq \frac{Q_{AB}}{T_B} \quad \text{de l'entropie interne est créée}$$

Q8

$$Q_{\text{link}} > 0$$

$$Q_{f_1} = -Q_{\text{link}}$$

$$Q_{c_2} = Q_{\text{int}}$$

$$\eta_1 = -\frac{\omega_1}{Q_{c_1}} = 1 + \frac{Q_{f_1}}{Q_{c_1}} = 1 - \frac{Q_{\text{int}}}{Q_{c_1}}$$

$$\eta_2 = -\frac{\omega_2}{Q_{c_2}} = 1 + \frac{Q_{f_2}}{Q_{c_2}} = 1 + \frac{Q_{f_2}}{Q_{\text{int}}}$$

Q9

$$\eta_{\text{tot}} = \frac{-\omega_1 - \omega_2}{Q_{c_1}} = \frac{Q_{c_1} - Q_{\text{int}} + Q_{\text{int}} + Q_{f_2}}{Q_{c_1}}$$

$$\eta_{\text{tot}} = 1 + \frac{Q_{f_2}}{Q_{c_1}}$$

Q10

$$\left. \begin{array}{l} \frac{Q_{\text{int}}}{Q_{c_1}} = 1 - \eta_1 \\ \frac{Q_{f_2}}{Q_{\text{int}}} = \eta_2 - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{Q_{f_2}}{Q_{c_1}} = (1 - \eta_1)(\eta_2 - 1)$$

$$\eta_{\text{tot}} = 1 + (1 - \eta_1)(\eta_2 - 1)$$

Q11

$$\eta_{\text{tot}} = 1 + (1 - 0,4)(0,3 - 1) = 1 - 0,6 \times 0,7$$

$$= 1 - 0,42 = 0,58$$